

Математически турнир „Национална олимпиада по математика (НОМ)“ – 4 клас

ДЕМО: Модул 1 от пълния състезателен наръчник

Това е безплатен примерен модул, демонстриращ цялостната структура на нашите наръчници. Всеки пълен наръчник включва **подробни тематични модули**, покриващи 100% от типовете задачи от турнира, методика за бързо решение, обяснени примери по типа на състезанието и **десетки авторски тренировъчни задачи с пълни решения**.

Какво включва пълният балообразуващ наръчник за 4 клас:

- Всички тематични модули, покриващи 100% от състезателния формат за прием в МГ Варна / СМГ
- Критерии за точкуване и писмено оформяне на решенията за максимални точки
- Десетки авторски тренировъчни задачи с таблици за самопроверка и подробни разписани решения
- Създаден от баща на приет ученик в МГ „Д-р Петър Берон“ Варна
- Пълният наръчник се предлага на matpodgotovka.eu за само **10 €** или в Пакет „Прием в МГ / СМГ“ (всички 3 балообразуващи състезания: НОМ + ПМС + МЗВ) за **25 €**.

Модул 1: Числови изрази, рационално смятане и верижни уравнения с неизвестно число

Първата задача от Националната олимпиада по математика (както на общинския, така и на областния кръг) традиционно оценява уменията за рационално пресмятане на числови изрази и решаване на верижни уравнения с неизвестен компонент. Олимпиадните изрази често съдържат големи числа, които при стандартно пресмятане биха отнели твърде много време, но чрез изнасяне на общ множител (разпределително свойство) или свойството на нулата се свеждат до лесни едноцифрени сметки. Уравненията съдържат сложни вложени скоби, които изискват прецизен 'обратен ход' (рачешка сметка).

Методика и ключови стъпки за бързо решение:

1. Разпределително свойство и изнасяне на общ множител: Моделът „Склад за кутии“:

- За какво е тази задача на олимпиадата: В първа задача на НОМ традиционно се дават числове изрази с големи четирицифрени числа, например $(5 \cdot 5599 + 4 \cdot 5599 - 9 \cdot 5544) \cdot (869 - 7 \cdot 123)$ или $73 \cdot 84 + 73 \cdot 16$. Изглежда, че се изисква тежко умножение с колони, но това е умишлена илюзия.
- В какво е капанът: Ученик, който започне да умножава $5 \cdot 5599 = 27\,995$, а след това $4 \cdot 5599 = 22\,396$ на ръка, губи 15 минути от скъпоценното олимпиадно време и почти сигурно допуска аритметична грешка в преносите.

- Нагледен модел (Склад с кутии):

Представете си, че 5599 е теглото на една голяма кашонна кутия.

Имаме 5 такива кашона и добавяме още 4 абсолютно същите кашона.

Колко кашона имаме общо? Имаме точно $5 + 4 = 9$ кашона с тегло 5599!

$$\begin{aligned} [5 \text{ кашона по } 5599] + [4 \text{ кашона по } 5599] &= [9 \text{ кашона по } 5599] \\ [9 \text{ кашона по } 5599] - [9 \text{ кашона по } 5544] &= 9 \cdot (5599 - 5544) \\ &= 9 \cdot 55 = 495 \end{aligned}$$

- Универсален алгоритъм в 3 стъпки:

1. Огледайте събираемите и открийте повтарящия се множител s (тук 5599).
2. Обединете коефициентите пред него: $a \cdot s + b \cdot s = (a + b) \cdot s$.
3. Ако в израза има друго изваждане с равен брой кутии ($9 \cdot 5544$), изнесете новия общ множител 9 пред скоби: $9 \cdot (5599 - 5544)$. Разликата в скобите става малко кръгло или двуцифрено число (55), което се умножава устно!

- Жив числен пример:

Пресметнете: $5 \cdot 5599 + 4 \cdot 5599 - 9 \cdot 5544$.

- 1) Групираме първите две: $(5 + 4) \cdot 5599 = 9 \cdot 5599$.
- 2) Изваждаме третото събираемо: $9 \cdot 5599 - 9 \cdot 5544 = 9 \cdot (5599 - 5544) = 9 \cdot 55$.
- 3) $9 \cdot 55 = 9 \cdot 50 + 9 \cdot 5 = 450 + 45 = 495$. Цялата сметка отнема 10 секунди без нито един писмен стълб!

2. Свойство на нулата при умножение: Капанът „Черна дупка“:

- За какво е тази задача на олимпиадата: В състезателната тема често се включва огромен и страшно изглеждащ израз, например $2026 \cdot 15 \cdot 0 + 350 \cdot 4 - 840 : 7$ или $(2023 \cdot 12 \cdot 0 + 255 : 3) \cdot 6$.
- В какво е капанът: Учениците инстинктивно започват да смятат отляво надясно: $2026 \cdot 15 = 30\,390$, изразходват време и място на черновата, за да осъзнаят чак накрая, че следва умножение по 0!

- Нагледен модел („Черна дупка“):

Множителят 0 действа като космическа черна дупка. Колкото и огромни или сложни да са другите множители в едно произведение, щом сред тях има поне една 0, целият блок незабавно изчезва и става равен на 0:

$$\begin{aligned} [\text{Огромен сложен израз}] \cdot 0 &= 0 \\ \text{Пример: } (2026 \cdot 15) \cdot 0 &= 0. \text{ Блокът просто се зачерква мигновено!} \end{aligned}$$

- Универсален алгоритъм в 2 стъпки:

1. Сканирайте израза с поглед („орлов поглед“) ПРЕДИ да хванете химикала. Открийте всички събираеми, които съдържат множител 0.
2. Зачеркнете тези произведения до 0 и препишете израза само с останалите реални събираеми.

- Жив числен пример:

Пресметнете: $2026 \cdot 15 \cdot 0 + 350 \cdot 4 - 840 : 7$.

- 1) Произведението $2026 \cdot 15 \cdot 0 = 0$ — отпада веднага.
- 2) Остава: $0 + 1400 - 120 = 1280$. Решението е готово на един ред!

3. Златните кръгли двойки и разместително свойство („Магнитни двойки“):

- За какво е тази задача на олимпиадата: Произведения от няколко числа, например $25 \cdot 37 \cdot 4$ или $125 \cdot 17 \cdot 8$ или $50 \cdot 69 \cdot 2$.
- В какво е капанът: Последователното умножение отляво надясно ($25 \cdot 37 = 925$, после $925 \cdot 4$) изисква дълго умножение в стълб.
- Нагледен модел („Магнитни двойки“):
При умножение редът на множителите няма значение: $a \cdot b \cdot c = (a \cdot c) \cdot b$. Търсим числа, които се „привличат като магнити“, за да образуват 100, 1000 или 10 000:

Основни олимпиадни „магнитни двойки“:

- $25 \cdot 4 = 100$
- $125 \cdot 8 = 1000$
- $50 \cdot 2 = 100$
- $20 \cdot 5 = 100$
- $250 \cdot 4 = 1000$

- Универсален алгоритъм в 2 стъпки:
 1. Намерете „магнитната двойка“ сред множителите и я пресметнете първа.
 2. Умножете полученото кръгло число (100 или 1000) по останалия множител просто чрез дописване на нули!
- Жив числен пример:
Пресметнете: $25 \cdot 37 \cdot 4$.
 - 1) Разменяме местата: $(25 \cdot 4) \cdot 37 = 100 \cdot 37$.
 - 2) $100 \cdot 37 = 3700$. Чисто устно смятане!

4. Верижни уравнения и обратен ход: Моделът „Разплитане на луковичата“:

- За какво е тази задача на олимпиадата: Дадено е дълго уравнение с множество вложени скоби и действия: $(7517 - 3 \cdot y) : 2 - 3 \cdot 535 = 5 \cdot 353$ или $((x : 4 + 25) \cdot 3 - 45) : 6 = 25$.
- В какво е капанът: Опит за „разкриване на скоби“ отвори навън. В началното училище това води до дробни числа или задънена улица, защото у е скрит дълбоко в скобите.
- Нагледен модел („Пластове на луковича“):
Неизвестното у е сърцевината на луковича. Всяко извършено действие (умножение, деление, изваждане) е външна люспа, която го обвива. За да стигнем до сърцевината, обелваме люспите една по една от най-външната към най-вътрешната, като прилагаме строго противоположното действие ($+ \leftrightarrow -, \cdot \leftrightarrow :$):

[Външен пласт]:	$(7517 - 3y) : 2 - 1605 = 1765$	
	$(7517 - 3y) : 2$	$= 1765 + 1605 = 3370$
[Среден пласт]:	$7517 - 3y$	$= 3370 \cdot 2 = 6740$
[Вътрешен пласт]:	$3y$	$= 7517 - 6740 = 777$
[Сърцевина у]:	y	$= 777 : 3 = 259$

- Универсален алгоритъм в 3 стъпки:
 1. Опростете числовите стойности от двете страни (напр. $3 \cdot 535 = 1605$ и $5 \cdot 353 = 1765$).
 2. Определете кое е ПОСЛЕДНОТО действие в лявата страна и го премахнете чрез обратното му към дясната страна.
 3. Продължавайте стъпка по стъпка, докато неизвестното остане напълно свободно.
- Жив числен пример:
Намерете у от: $(7517 - 3 \cdot y) : 2 - 1605 = 1765$.
 - 1) Премахваме изваждането: $(7517 - 3y) : 2 = 1765 + 1605 = 3370$.
 - 2) Премахваме делението: $7517 - 3y = 3370 \cdot 2 = 6740$.
 - 3) Неизвестното $3y$ е умалител: $3y = 7517 - 6740 = 777$.
 - 4) Намираме у: $y = 777 : 3 = 259$. Проверка: $(7517 - 777) : 2 - 1605 = 6740 : 2 - 1605 = 3370 - 1605 = 1765!$

5. Капанът на умалителя и делителя: „Кой е шефът в действието?“:

- За какво е тази задача на олимпиадата: Уравнения, в които неизвестното x се намира непосредствено след знака за изваждане или деление: $A - x = B$ или $A : x = B$ (например: $1445 - x = 510$ или $840 : x = 20$).
- В какво е капанът: Механично прилагане на правилото за „обратно действие“. Тъй като срещу събиране стои изваждане, децата автоматично пишат за умалител: $x = A + B$ (събиране вместо изваждане!), а за делител: $x = A \cdot B$ (умножение вместо деление!). Това е най-масовата грешка в 4. клас.
- Нагледен модел („Кой е шефът?“):

При изваждането и делението първото число A („умаляемото“ или „делимото“) е Шефът — то е ЦЯЛОТО, най-голямото количество:

ИЗВАЖДАНЕ: [Шеф A (цялото)]
[x (взето)] [B (остатък)]
=> Неизвестната част е: $x = A - B$ (Изваждаме от Шефа!)

ДЕЛЕНИЕ: [Шеф A (цялата торта)] разделена на x равни парчета по B
=> Броят на парчетата е: $x = A : B$ (Делим Шефа!)

- Универсално златно правило:
- Ако x е умалител: $A - x = B \Rightarrow x = A - B$ (ВИНАГИ ИЗВАЖДАНЕ ОТ A !).
- Ако x е делител: $A : x = B \Rightarrow x = A : B$ (ВИНАГИ ДЕЛЕНИЕ НА A !).
- Жив числен пример:
1) $1445 - x = 510 \Rightarrow x = 1445 - 510 = 935$ (а не $1445 + 510$!).
2) $840 : x = 20 \Rightarrow x = 840 : 20 = 42$ (а не $840 \cdot 20$!).

Обяснени примери по типа на състезанието:

Пример 1 (тип от темата за 4 клас)

Ако x е стойността на израза $(5 \cdot 5599 + 4 \cdot 5599 - 9 \cdot 5544) \cdot (869 - 7 \cdot 123)$, а y е неизвестното число от равенството $(7517 - 3 \cdot y) : 2 - 3 \cdot 535 = 5 \cdot 353$, пресметнете стойността на израза $M = x : 4 + y \cdot 4$.

Решение:

1) За първата скоба в x прилагаме разпределителното свойство:

$$5 \cdot 5599 + 4 \cdot 5599 - 9 \cdot 5544 = (5 + 4) \cdot 5599 - 9 \cdot 5544 = 9 \cdot (5599 - 5544) = 9 \cdot 55 = 495.$$

Във втората скоба: $7 \cdot 123 = 861$; $869 - 861 = 8$.

$$\text{Тогава } x = 495 \cdot 8 = 3960.$$

2) За неизвестното число y :

$$\text{Дясна страна: } 5 \cdot 353 = 1765. \text{ Произведение: } 3 \cdot 535 = 1605.$$

$$(7517 - 3 \cdot y) : 2 = 1765 + 1605 = 3370;$$

$$7517 - 3 \cdot y = 3370 \cdot 2 = 6740;$$

$$3 \cdot y = 7517 - 6740 = 777;$$

$$y = 777 : 3 = 259.$$

3) Пресмятаме стойността на M :

$$M = 3960 : 4 + 259 \cdot 4 = 990 + 1036 = 2026.$$

$$\text{Отговор: } x = 3960, y = 259, M = 2026.$$

Пример 2 (тип от темата за 4 клас)

Намерете:

а) Числото $b = 823 \cdot 6 + 13\,248 - 925 : 5$;

б) Числото a , за което е изпълнено: $(2041 + 503 \cdot 8) - a = 5987 - 1789$.

Решение:

а) Извършваме действията по реда им:

$$823 \cdot 6 = 4938;$$

$$925 : 5 = 185;$$

$$4938 + 13\,248 = 18\,186;$$

$$b = 18\,186 - 185 = 18\,001.$$

б) Пресмятаме двете страни на равенството:

$$\text{Лява страна: } 503 \cdot 8 = 4024; 2041 + 4024 = 6065;$$

$$\text{Дясна страна: } 5987 - 1789 = 4198;$$

Получаваме уравнението: $6065 - a = 4198$;

$a = 6065 - 4198 = 1867$.

Отговор: а) $b = 18\,001$; б) $a = 1867$.

Пример 3 (тип от темата за 4 клас)

Пресметнете израза $A = (3125 : 5 - 2125 : 5 + 120 : 2 + 1080 : 2) : 100$ и намерете B от равенството $1445 - B = (2023 \cdot 12 \cdot 0 + 255 : 3) \cdot 6$.

Решение:

1) За израза A групираме деленията с равен делител:

$(3125 - 2125) : 5 + (120 + 1080) : 2 = 1000 : 5 + 1200 : 2 = 200 + 600 = 800$.

Тогава $A = 800 : 100 = 8$.

2) В дясната страна на уравнението първото събираемо съдържа множител 0:

$2023 \cdot 12 \cdot 0 = 0$;

$255 : 3 = 85$;

Дясната страна става $(0 + 85) \cdot 6 = 510$;

$1445 - B = 510 \Rightarrow B = 1445 - 510 = 935$.

Отговор: $A = 8$, $B = 935$.

20 тренировъчни задачи за упражнение:

1. Пресметнете стойността на израза: $823 \cdot 6 + 13\,248 - 925 : 5$.
А) 17 991 • Б) 18 001 • В) 18 101 • Г) 18 201 • Д) Друг отговор
2. Пресметнете по рационален начин: $5 \cdot 5599 + 4 \cdot 5599 - 9 \cdot 5544$.
А) 450 • Б) 495 • В) 545 • Г) 595 • Д) Друг отговор
3. Пресметнете стойността на израза: $(7000 - 120 \cdot 5) : 8 + 36 \cdot 15$.
А) 1280 • Б) 1340 • В) 1380 • Г) 1420 • Д) Друг отговор
4. Пресметнете стойността на: $12 \cdot 987 - 987 \cdot 2$.
А) 8870 • Б) 9870 • В) 9970 • Г) 10 870 • Д) Друг отговор
5. Пресметнете: $2026 \cdot 15 \cdot 0 + 350 \cdot 4 - 840 : 7$.
А) 1240 • Б) 1280 • В) 1320 • Г) 1400 • Д) Друг отговор
6. Пресметнете: $34 \cdot 6 + 76 \cdot 6 - 3 \cdot 214 : 6$.
А) 543 • Б) 553 • В) 563 • Г) 573 • Д) Друг отговор
7. Пресметнете по рационален начин: $73 \cdot 84 + 73 \cdot 16$.
А) 7100 • Б) 7300 • В) 7500 • Г) 7700 • Д) Друг отговор
8. Пресметнете стойността на израза: $912 : 3 + 4 \cdot (1250 - 250 : 5)$.
А) 4984 • Б) 5104 • В) 5124 • Г) 5204 • Д) Друг отговор
9. Пресметнете: $(3125 - 2125) : 5 + (120 + 1080) : 2$.
А) 700 • Б) 800 • В) 900 • Г) 1000 • Д) Друг отговор
10. Пресметнете рационално произведението: $25 \cdot 37 \cdot 4$.
А) 3500 • Б) 3700 • В) 3900 • Г) 4100 • Д) Друг отговор
11. Намерете неизвестното число x от равенството: $1445 - x = (2024 \cdot 0 + 255 : 3) \cdot 6$.
А) 915 • Б) 935 • В) 955 • Г) 975 • Д) Друг отговор
12. Намерете числото a от равенството: $(2041 + 503 \cdot 8) - a = 5987 - 1789$.
А) 1847 • Б) 1867 • В) 1887 • Г) 1907 • Д) Друг отговор
13. Намерете неизвестното число x : $(x - 125) : 4 = 150$.
А) 700 • Б) 725 • В) 750 • Г) 775 • Д) Друг отговор
14. Намерете y от равенството: $6 \cdot (y - 789) = 987 \cdot 7 - 879 \cdot 7$.
А) 895 • Б) 915 • В) 935 • Г) 955 • Д) Друг отговор
15. Намерете неизвестното делимо x от равенството: $1234 - x : 5 = 1012$.
А) 1050 • Б) 1110 • В) 1150 • Г) 1200 • Д) Друг отговор
16. Намерете числото y от равенството: $(7517 - 3 \cdot y) : 2 - 1605 = 1765$.
А) 249 • Б) 259 • В) 269 • Г) 279 • Д) Друг отговор
17. Намерете неизвестното число c : $(234 + 9 \cdot c) \cdot 5 = 2025$.
А) 17 • Б) 19 • В) 21 • Г) 23 • Д) Друг отговор
18. Намерете неизвестния умалител a : $2023 : (606 - a) = 7$.
А) 297 • Б) 317 • В) 327 • Г) 347 • Д) Друг отговор
19. Намерете неизвестното число x : $5 \cdot (x + 40) - 120 = 480$.
А) 70 • Б) 80 • В) 90 • Г) 100 • Д) Друг отговор
20. Намерете x от равенството: $(840 : x + 25) \cdot 4 = 180$.
А) 36 • Б) 42 • В) 48 • Г) 54 • Д) Друг отговор

Таблица с отговори и подробни решения (Модул 1):

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б	Б
18 001	495	1340	9870	1280	553	7300	5104	800	3700	935	1867	725	915	1110	259	19	317	80	42

Задача 1 (Отговор Б): $823 \cdot 6 = 4938$. $925 : 5 = 185$. $4938 + 13\,248 = 18\,186$. $18\,186 - 185 = 18\,001$.

Задача 2 (Отговор Б): $(5 + 4) \cdot 5599 - 9 \cdot 5544 = 9 \cdot (5599 - 5544) = 9 \cdot 55 = 495$.

Задача 3 (Отговор Б): $120 \cdot 5 = 600$. $7000 - 600 = 6400$. $6400 : 8 = 800$. $36 \cdot 15 = 540$. $800 + 540 = 1340$.

Задача 4 (Отговор Б): Изнасяме общ множител 987: $987 \cdot (12 - 2) = 987 \cdot 10 = 9870$.

Задача 5 (Отговор Б): $2026 \cdot 15 \cdot 0 = 0$. $350 \cdot 4 = 1400$. $840 : 7 = 120$. $0 + 1400 - 120 = 1280$.

Задача 6 (Отговор Б): $(34 + 76) \cdot 6 - 642 : 6 = 110 \cdot 6 - 107 = 660 - 107 = 553$.

Задача 7 (Отговор Б): $73 \cdot (84 + 16) = 73 \cdot 100 = 7300$.

Задача 8 (Отговор Б): $912 : 3 = 304$. $250 : 5 = 50$. $1250 - 50 = 1200$. $4 \cdot 1200 = 4800$. $304 + 4800 = 5104$.

Задача 9 (Отговор Б): $1000 : 5 + 1200 : 2 = 200 + 600 = 800$.

Задача 10 (Отговор Б): $(25 \cdot 4) \cdot 37 = 100 \cdot 37 = 3700$.

Задача 11 (Отговор Б): $255 : 3 = 85$. $85 \cdot 6 = 510$. $1445 - x = 510 \Rightarrow x = 1445 - 510 = 935$.

Задача 12 (Отговор Б): $503 \cdot 8 = 4024$. $2041 + 4024 = 6065$. $5987 - 1789 = 4198$. $a = 6065 - 4198 = 1867$.

Задача 13 (Отговор Б): $x - 125 = 150 \cdot 4 = 600 \Rightarrow x = 600 + 125 = 725$.

Задача 14 (Отговор Б): $987 \cdot 7 - 879 \cdot 7 = 7 \cdot (987 - 879) = 7 \cdot 108 = 756$. $y - 789 = 756 : 6 = 126 \Rightarrow y = 789 + 126 = 915$.

Задача 15 (Отговор Б): $x : 5 = 1234 - 1012 = 222 \Rightarrow x = 222 \cdot 5 = 1110$.

Задача 16 (Отговор Б): $(7517 - 3y) : 2 = 1765 + 1605 = 3370$. $7517 - 3y = 6740$. $3y = 7517 - 6740 = 777 \Rightarrow y = 259$.

Задача 17 (Отговор Б): $234 + 9c = 2025 : 5 = 405$. $9c = 405 - 234 = 171 \Rightarrow c = 171 : 9 = 19$.

Задача 18 (Отговор Б): $606 - a = 2023 : 7 = 289 \Rightarrow a = 606 - 289 = 317$.

Задача 19 (Отговор Б): $5 \cdot (x + 40) = 480 + 120 = 600$. $x + 40 = 600 : 5 = 120 \Rightarrow x = 120 - 40 = 80$.

Задача 20 (Отговор Б): $840 : x + 25 = 180 : 4 = 45$. $840 : x = 45 - 25 = 20 \Rightarrow x = 840 : 20 = 42$.

Хареса ли ви този модул? Пълният наръчник съдържа всички модули и изпитни формати с детайлни решения!

Поръчайте пълната версия за 4 клас на <https://matpodgotovka.eu> за 10 € или вземете Пакета „Прием в МГ / СМГ“ (всички 3 състезания: НОМ + ПМС + МЗВ) за 25 €.

За въпроси и поддръжка: contact@matpodgotovka.eu